

UN CASO ESTREMO DI RINFORZO STRUTTURALE CON PRECOMPRESSIONE ESTERNA: IL PONTE SUL GIBE IN ETIOPIA

Marco Petrangeli¹, Gaetano Usai², Paolo Tortolini³

1 Facoltà di Architettura “G. D’Annunzio” di Pescara

2 Integra srl, Roma

3 Facoltà di Architettura “G. D’Annunzio” di Pescara

SOMMARIO

Il Ponte sul fiume Gibe, ubicato a 185 km da Addis Abeba, è una struttura in cemento armato ad impalcato continuo su quattro campate, per uno sviluppo totale di 120m. Nel 2007 il governo Etiope ha accettato la proposta di riabilitazione offerta dalla “Salini spa”, la quale ha incaricato “Integra srl” di studiare il progetto di intervento. Il grave quadro fessurativo dell’impalcato, contrapposto al relativo buono stato delle sottostrutture, ha determinato la scelta di un intervento di rinforzo dell’impalcato basato sulla precompressione esterna. I lavori, terminati in circa tre mesi, hanno permesso di riaprire al traffico il ponte senza alcuna limitazione di carico. La memoria presenta i principali aspetti del progetto e della sua realizzazione.

SUMMARY

The Gibe bridge, located 185 km far from Addis Ababa, is made of a continuous, 4 span, reinforced concrete girder of 120m. In 2007 Ethiopian government accepted “Salini spa” rehabilitation proposal in charging “Integra srl” with the project design. Evident cracks along the deck on one hand and substructures in working order on the other hand, suggested to reinforce the girder by using external prestress. Rehabilitation works, completed in almost three months, allowed to open the bridge to traffic without load limitations. This paper shows the main design and building features.

1 INTRODUZIONE

Il Ponte sul fiume Gibe si trova a circa 185 km da Addis Abeba, lungo l’arteria di interesse nazionale che collega la capitale a Jima, principale centro abitato della ricca regione agricola del Sud-Ovest del paese. La strada e le relative strutture furono costruite dagli italiani negli anni ’30; l’attraversamento del fiume Gibe era garantito inizialmente da un ponte ad arco in muratura che, sabotato dagli Inglesi durante la seconda guerra mondiale, fu dagli stessi successivamente sostituito con una trave reticolare a via inferiore semplicemente poggiata sulle spalle del ponte preesistente.

Nei primi anni ’80 l’attraversamento del fiume venne spostato di alcune centinaia di metri a monte su di un allineamento più diretto che richiese la realizzazione di un nuovo ponte in cemento armato di 4 campate, per una lunghezza complessiva circa 120m.

Tale struttura fu però gravemente danneggiata da una bomba durante la guerra civile che precedette la caduta della giunta militare provvisoria. A seguito del bombardamento, la sezione del ponte crollata è stata ricostituita permettendone nuovamente la transitabilità. I danni però si sono ripercossi

anche sulle altre campate, provocando un progressivo ed inesorabile deterioramento della struttura, in quanto dopo il ripristino della campata danneggiata dalla bomba non è stato messo in pratica nessun altro intervento di manutenzione dell’impalcato.



Figura 1 – Il ponte sul fiume Gibe

Il ponte ha continuato quindi ad essere utilizzato, anche se negli ultimi anni è stata posta una limitazione al carico transitabile. I mezzi pesanti comunque potevano attraversare il fiume grazie alla presenza di un ponte reticolare posto a poche centinaia di metri più a valle. Sfortunatamente questa struttura è crollata nel 2006, quando un carico fuori sagoma ha impattato sui controventi superiori della trave reticolare, provocandone l'instabilizzazione ed il conseguente collasso. Tutto il traffico è stato quindi spostato nuovamente sul ponte in c.a. con le medesime limitazioni di prima ed a carreggiata parzializzata. I mezzi articolati ed i veicoli pesanti, diretti da Jima alla capitale e viceversa, sono stati costretti ad una lunghissima deviazione (150km) via Nekempt, causando un grave danno per l'economia della regione e del paese.

Stante la situazione insostenibile, la Road Authority Etiopica (ERA) ha disposto la realizzazione di un nuovo attraversamento che è già in fase di costruzione qualche decina di metri a monte del ponte esistente. La messa in esercizio della nuova opera è prevista non prima di 2-3 anni. La "Salini Costruzioni S.p.A.", impegnata in quattro grandi progetti idroelettrici nella regione, ha proposto allora alle autorità un intervento rapido e gratuito di riabilitazione del ponte esistente.

I lavori, completati nel giro di tre mesi, hanno permesso di riaprire al traffico il ponte senza alcuna limitazione di carico. Il costo complessivo dell'intervento, è stato pari a circa 400.000 Euro.



Figura 2 – L'attraversamento adiacente crollato recentemente

2 IL PONTE SUL FIUME GIBE

2.1 La struttura del ponte

Lo schema statico del ponte è quello di trave continua su 5 appoggi. Le quattro campate in cui è suddiviso hanno luci pari a 25.25m, quelle di riva, e 35.0m quelle centrali. L'impalcato è realizzato con 4 travi longitudinali, di larghezza pari a 400mm e altezza variabile (compresa fra 1.70m e 3.15m), connesse trasversalmente attraverso diaframmi di spessore 180mm ed altezza variabile, posti ad interasse di 7m. La soletta superiore ha uno spessore di 180mm. Tutti gli elementi strutturali sono realizzati in cemento armato gettato in opera.

La sede stradale presenta complessivamente una larghezza di 9.60m, inclusi i due marciapiedi laterali da 0.80m ciascuno.

Le 3 pile, anch'esse in cemento armato con fondazioni dirette su plinti, sono composte da due fusti a sezione circolare posti ad distanza di circa 5m l'uno dall'altro e solidarizzati da un diaframma di base alto circa 3 metri e dal pulvino di sommità.

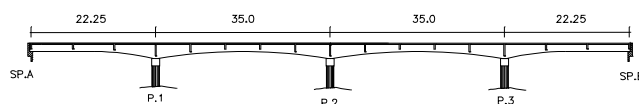


Figura 3 – Prospetto longitudinale del ponte



Figura 4 – Le strutture portanti del ponte

2.2 La valutazione dello stato di fatto

Durante i sopralluoghi effettuati è stato constatato lo stato di degrado delle strutture portanti l'impalcato. E' stato chiaro il collegamento della situazione riscontrata all'evento bellico. Lo scoppio dell'ordigno interrompe infatti la continuità dell'impalcato a 5 metri circa dalla Pila 3 (lato Jima). In questa configurazione l'impalcato si è trovato a sbalzo dalla Pila 2 per 25 metri ed è stato sottoposto, per il periodo transitorio prima della riparazione, a sollecitazioni molto più gravose di quelle determinate dallo schema statico di progetto. La configurazione a mensola comportò un incremento di taglio di circa +40% ed un incremento di momento intorno a +180%. Stimando un peso permanente dell'impalcato di 140kN/m, si ottiene circa un $\Delta V=1000kN$ e $\Delta M=30000kNm$. La situazione descritta, già di per sé gravosa, non tiene conto di eventuali effetti dinamici che potrebbero aver incrementato le sollecitazioni appena stimate e nondimeno aver introdotto stati tensionali aggiuntivi legati alla propagazione dell'onda d'urto.

Queste valutazioni hanno trovato conferma durante i successivi sopralluoghi, quando è stato possibile prendere visione di situazioni puntuali sotto l'impalcato: in corrispondenza della Pila 2, gli intradossi delle travi presentano casi di espulsione del copriferro determinato dall'eccessiva compressione del materiale (fig. 5), mentre la trave colpita dalla bomba mostra evidenti fessure di taglio (fig. 6).

La situazione è stata valutata tutt' altro che stazionaria. Infatti, dato il progressivo svilimento degli acciai in corrispondenza delle lesioni causato dal contatto con gli agenti atmosferici, assieme agli effetti ciclici delle deformazioni termiche e principalmente del traffico pesante, che contrariamente alle limitazioni era, all'epoca, ancora transigente durante la notte, si prospettava il rischio di una continua riduzione della capacità resistente residua fino alle più estreme conseguenze.



Figura 5 – Espulsione del copriferro per eccessiva compressione



Figura 6 – Le fessure sulle travi d'impalcato

2.3 La documentazione reperita

La documentazione tecnica che è stato possibile reperire risulta la seguente:

- elaborati grafici del progetto originario, con le carpenterie e le armature sia dell'impalcato che delle sottostrutture (1976/77);
- elaborati grafici del primo intervento di riabilitazione finalizzato alla ripristino della continuità strutturale (Maggio 1993).

Le proprietà dei materiali riportate sugli elaborati sono:

- calcestruzzo $f_{ck}=21 \text{ MPa}$
- acciaio $\sigma_{adm}=140 \text{ MPa}$

Pertanto nelle valutazioni numeriche il calcestruzzo è stato equiparato all'odierna classe C20 e le armature ad un acciaio tipo FeB32k.

E' stato inoltre possibile ricostruire, grazie alla documentazione reperita, le sezioni di verifica più significative. Mentre non è stata attuata una campagna di prove non distruttive, comparativa, in quanto nel paese non si dispone della strumentazione necessaria.

2.4 Le analisi numeriche sullo stato di fatto

Sono state determinate le sollecitazioni nell'impalcato dovute ai pesi propri, ai carichi permanenti portati combinati con i carichi accidentali (assunti come da normativa americana AASHTO). In base a tali sollecitazioni teoriche, è stato valutato l'impegno dei materiali nell'ipotesi di calcestruzzo non reagente a trazione (verifiche al secondo stadio) ed i coefficienti di sicurezza a rottura (verifiche al terzo stadio). Sono stati ottenuti valori sostanzialmente accettabili che denotano la buona fattura del progetto originale (fig. 7). Tuttavia si deve considerare che tali valutazioni non tengono conto della perdita di efficienza e resistenza delle sezioni in c.a. a causa del danneggiamento subito. Comunque sulla base dei dati ottenuti si è ritenuto di poter escludere una crisi per flessione, imputando invece alla struttura una deficienza di resistenza a taglio.

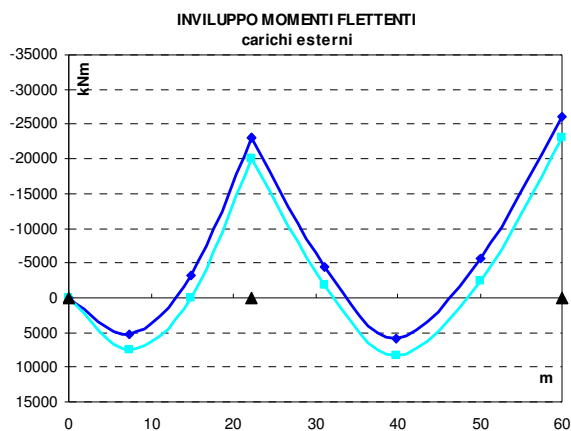


Figura 7 – I momenti flettenti in esercizio

Sezione	II stadio		III stadio
	σ_c (MPa)	σ_s (MPa)	FS
Campata laterale	-4.7	155.6	1.56
Campata centrale	-5.0	154.7	1.57
Pila laterale	-6.8	143.1	1.63
Pila centrale	-7.1	158.1	1.58

Tabella 1 – I risultati delle verifiche a flessione nella situazione ante intervento

Infatti il taglio massimo agente in corrispondenza delle sezioni di appoggio sulla pila centrale vale circa 1000kN per

ogni trave. La resistenza a taglio del solo calcestruzzo di ciascuna trave risulta essere pari a circa 400kN, mentre il contributo di resistenza dell'armatura risulta pari a circa 600kN, avendo assunto una tensione di lavoro dell'acciaio di 200MPa, coerente con il tipo di acciaio indicato negli elaborati grafici di progetto. Pertanto sommando le due resistenze (in accordo con la norma italiana ancora in vigore, DM'96) si ricava una sicurezza unitaria. Contrariamente, considerando solo la resistenza delle staffe (secondo la più recente versione dell'Eurocodice 2, 2005), si ottiene una sicurezza di 0.60.

Nella realtà, le macro fessure, passanti su 3 delle 4 travi, hanno senz'altro ridotto molto la capacità del conglomerato di sopportare azioni taglianti, anche se le sezioni soggette a flessione hanno sempre una capacità di trasferire taglio attraverso il comportamento attritivo del calcestruzzo in zona compressa.

In definitiva si aveva un coefficiente di sicurezza per sollecitazioni di taglio molto basso e l'impalcato sarebbe probabilmente crollato se il carico accidentale avesse mai raggiunto il valore di progetto. Il ponte però, per quanto soggetto ad un traffico molto intenso di camion con derrate agricole ed autobus per trasporto passeggeri, difficilmente è stato sottoposto all'azione concomitante di più mezzi pesanti incolonnati.

3 L'INTERVENTO DI RINFORZO

3.1 La soluzione della precompressione esterna

La conformazione geometrica dell'impalcato ha suggerito di mettere in opera un intervento basato sulla precompressione esterna. I cavi, opportunamente deviati, assicurano infatti un incremento di resistenza diretto a flessione e taglio, ma anche un aumento indiretto di tutte le proprietà meccaniche dell'impalcato, in quanto la precompressione è in grado di ricucire le macrofessure una volta che le stesse siano state opportunamente iniettate.

L'intervento progettato ha fatto uso di 6 cavi da 12 trefoli 0.6" standard. Le due travi interne presentano, in maniera simmetrica, un cavo per lato, mentre le travi di bordo presentano un unico cavo sul lato interno della trave stessa (fig. 8). Esternamente infatti non si sarebbero potuti utilizzare i diaframmi trasversali per allocare le selle di deviazione ed i cavi sarebbero stati maggiormente esposti agli agenti atmosferici.

Tutti i cavi sono continui e misurano circa 130m. Sono tesati da entrambe le estremità al fine di ottenere la minore perdita di tiro possibile, causata esclusivamente dalle deviazioni angolari; infatti perdite per fenomeni lenti sono da escludere, avendo il calcestruzzo dell'impalcato circa 25 anni.

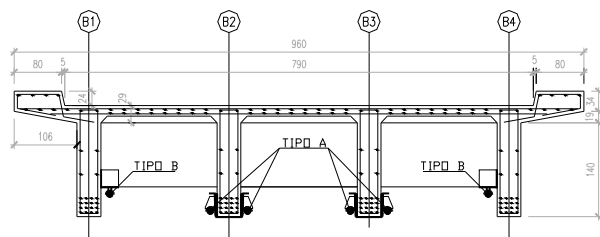


Figura 8 – Sezione trasversale tipo campata centrale

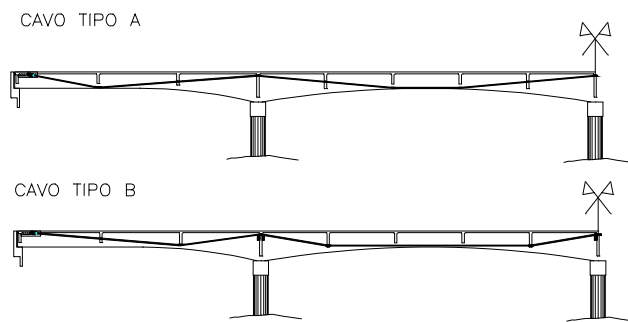


Figura 9 – Andamento dei cavi di precompressione esterna

L'ancoraggio dei cavi avviene con degli scassi in soletta in prossimità delle due spalle. All'uso è stata prevista la realizzazione di "bozzi" di rinforzo della soletta posti all'intradosso della stessa.

La disposizione longitudinale dei cavi segue ovviamente l'andamento dei momenti flettenti dovuti ai carichi agenti. L'andamento longitudinale (fig. 9) è stato differenziato fra i 4 cavi centrali (Tipo A) ed i due laterali (Tipo B), al fine di ottenere una maggiore diffusione degli effetti della precompressione sull'impalcato. I cavi A sono caratterizzati da angolazioni iniziali più elevate e più morbide in prossimità delle pile, invece i cavi B sono caratterizzati da deviazioni più decise in corrispondenza delle pile e più limitate inizialmente.

Tutti i dispositivi di deviazione sono stati realizzati in acciaio e successivamente incollati alla struttura in calcestruzzo con resina epossidica bicomponente. Queste selle di deviazioni sono comunque progettate per beneficiare, ai fini della solidarizzazione con la struttura esistente, delle forze di deviazione del cavo stesso (figg. 10-11). Particolare attenzione è stata posta alla precisione nel posizionamento di questi elementi, garantendo allo stesso tempo le necessarie tolleranze di montaggio. In fase di tesatura dei trefoli, una eventuale impuntatura del cavo avrebbe provocato danni ingenti viste le elevate forze applicate. Esperienze simili condotte precedentemente su altre strutture hanno infatti dimostrato l'ineluttabilità degli errori di montaggio. Anche sulla scorta di ciò si è imposta la verifica di tutti i montaggi con una robusta cima tesata in posizione prima del definitivo incollaggio.



Figura 10 – La sella di deviazione appoggiata alle travi longitudinali (Cavi Tipo A)



Figura 11 – La sella di deviazione appoggiata ai diaframmi trasversali (Cavi Tipo B)



Figura 12 – I dispositivi di deviazione sui diaframmi di pila

Per le selle superiori (fig. 12) si è invece preferito realizzare sostegni in c.a., collegati sia alle travi che ai trasversi mediante inghisaggio negli stessi di connettori a taglio, realizzati con barre di armatura $\Phi 16$.

I cavi trasferiscono alla struttura una forza assiale, in prossimità degli ancoraggi, pari a circa 10000kN. La componente verticale massima nei punti di deviazione per i sei cavi vale dai 200kN ai 300kN (verso l'alto) per ciascun diaframma intermedio e dai 700kN ai 1100kN (verso il basso) per i diaframmi in appoggio. Le perdite per attrito sono state valutate nella sezione più lontana dalle testate (Pila 2) di poco superiori al 20%.

La precompressione è stata dimensionata per controbilanciare gli effetti dei carichi permanenti: in tali condizioni ogni sezione trasversale del ponte risulta internamente compressa. In condizioni di esercizio, sotto l'azione del traffico veicolare di progetto, le verifiche a flessione condotte al secondo e terzo stadio mostrano i notevoli benefici dell'intervento messo in atto (tab. 2).

Determinanti vantaggi si ottengono soprattutto nei confronti dell'azione di taglio. Infatti il contributo alla resistenza a taglio legato alla precompressione risulta stimabile in circa il 30% del taglio agente.

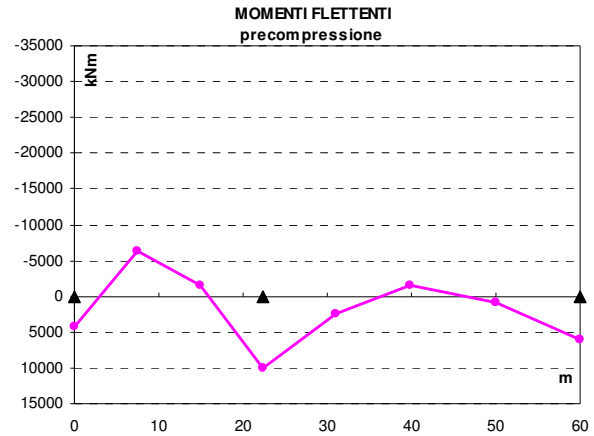


Figura 13 – I momenti indotti dalla precompressione

Sezione	II stadio		III stadio
	σ_c (MPa)	σ_s (MPa)	FS
Campata laterale	-3.0	0.0	4.6
Campata centrale	-4.8	57.2	2.51
Pila laterale	-5.3	39.1	3.14
Pila centrale	-6.8	79.4	2.76

Tabella 2 – I risultati delle verifiche a flessione nella situazione post intervento

3.2 Gli interventi di ripristino dei calcestruzzi e le fasi di cantierizzazione

Prima dell'esecuzione delle operazioni di tesatura sono stati previsti interventi mirati al ripristino dei calcestruzzi dell'impalcato.

Le macro fessure di taglio sono state iniettate con resina epossidica bicomponente (fig. 14). Per le riparazioni più estese e per la ricostituzione dei tratti di copriferro mancanti si è invece privilegiato l'utilizzo di malte antiritiro ad alto grado di fluidità, così da penetrare all'interno dei "vespai" ed andare a ricostituire una sia pur parziale matrice di calcestruzzo fra gli inerti (fig. 15). Nelle zone di danno maggiore è stata anche aggiunta armatura di frettaggio di piccolo diametro.

Tali operazioni garantiscono sia un sensibile incremento della vita utile della struttura, andando a ricostituire la necessaria protezione dell'armatura, sia un aumento della sua capacità resistente ultima.

Tra i principali vantaggi della soluzione a precompressione esterna è certamente da annoverare la relativa semplicità di cantierizzazione. L'intervento può infatti essere realizzato con il semplice ausilio di un "by-bridge" in grado di raggiungere almeno l'asse longitudinale del ponte e di sostenere, in tale configurazione, il peso delle selle di deviazione. All'atto pratico si è invece preferito installare dei ballatoi permanenti, uno al di sotto di ciascun traverso, non connessi longitudinalmente, accessibili dal ponte mediante un piccolo carrello mobile. Le ragioni di questa scelta vanno ricercate nella maggiore flessibilità e semplicità di utilizzo del mezzo in questione, che ben si conciliano con la possibilità di alternare l'apertura di ciascuna corsia di marcia con estrema

facilità e rapidità. D'altronde, il peso appositamente contenuto delle carpenterie metalliche, generalmente inferiore ai 100kg (fatta eccezione per le selle dei traversi di estremità), rende l'installazione delle stesse eseguibile da due operai senza particolari mezzi d'opera.



Figura 14 – Prospetto della trave con le fessure iniettate



Figura 15 – Particolare del risanamento del calcestruzzo della trave sulla pila centrale

Gli ancoraggi di estremità (fig. 16) sono stati realizzati tutti contemporaneamente, in modo da permettere una fasizzazione delle operazioni di tesatura quanto più simmetrica possibile. Il transito dei mezzi durante le fasi di cantiere è stato garantito posizionando sugli scassi in soletta delle piastre di acciaio di facile e veloce rimozione.



Figura 16 - Gli ancoraggi di testata in soletta

La sequenza di tesaggio dei trefoli, operazione che ha richiesto circa tre giorni, è stata studiata per garantire la massima simmetria di tiro: in prima fase i cavi sono stati tesati al 50% da entrambi i lati (prima quelli delle travi centrali e quindi quelli delle travi di bordo); successivamente e con la stessa fasizzazione sono stati tesati al 100%. Tutti i dispositivi di deviazione sono stati opportunamente lubrificati prima della tesatura.

In definitiva, i cavi sono stati tesati a 1050MPa, appena poco sopra a quanto specificato nel progetto, per tenere conto di eventuali perdite di rientro agli ancoraggi. Gli allungamenti misurati al tiro per i 6 cavi, dell'ordine dei 600mm, sono stati tutti molto omogenei a conferma dei coefficienti di attrito modesti e comunque uniformi per i diversi cavi.

3.3 Il collaudo

Il ponte è stato collaudato con successo il 3 Novembre 2007. I test sono stati studiati per garantire il raggiungimento di almeno l'85% della massima sollecitazione flettente di progetto.

Sfruttando la simmetria del ponte sono state verificate solo due campate, coinvolgendo quelle che avevano subito il danneggiamento maggiore a seguito dell'esplosione dell'ordigno bellico. Sono state verificate le seguenti condizioni di carico: i massimi momenti negativi sulla Pila 2 e sulla Pila 3 ed i massimi momenti positivi sulla campata centrale e di riva.

Le verifiche per il massimo momento positivo sono state condotte attraverso il posizionamento di 3 autocarri da 400kN ciascuno. Mentre per il massimo momento negativo sono state disposte due coppie di tali mezzi a cavallo delle pile (a una distanza pari a circa 25m), per un peso complessivo di 1200kN nel primo caso e di 1600kN nell'ultimo.

Sezione	W_{collaudo} (mm)	W_{teorico} (mm)
Mmax C.laterale – C.laterale	7	8
Mmax C.centrale – C.centrale	12	14
Mmin P1 – C.laterale	4	2
Mmin P1 – C.centrale	7	5
Mmin P2 – C.centrale	6	5

Tabella 3 – Confronto frecce di collaudo e teoriche

La struttura ha risposto positivamente mostrando allo scarico un completo recupero della freccia. Tuttavia nelle verifiche a massimo momento negativo sulle pile, e quindi di massimo taglio, (tab. 3) sono stati registrati degli abbassamenti superiori a quelli di calcolo.

Una parte della discrepanza registrata potrebbe essere stata causata dal fatto che la prova di carico non è stata eseguita secondo le modalità prescritte: gli autocarri di prova sono stati infatti posizionati con gli assi posteriori, maggiormente carichi, verso il centro della campata, (figg. 14 e 17), inducendo quindi abbassamenti superiori a quelli calcolati nel caso gli stessi fossero stati posizionati con gli assi posteriori verso la pila.

Si ritiene però altrettanto probabile che al maggior abbassamento abbia contribuito una risposta non lineare del conglomerato a compressione e taglio in prossimità della pila. Tali sollecitazioni sono infatti le stesse indotte dal sabotaggio

allungare il percorso di alcune centinaia di chilometri su strade sterrate e malsicure.



Figura 19 – Il passaggio del carico eccezionale

4 CONCLUSIONI

L'esperienza condotta ha portato chi scrive a maturare le seguenti considerazioni:

- Le strutture in cemento armato possiedono sovente delle grandi riserve di resistenza, forse sottostimate dalle normative tecniche, come ad esempio la componente attritiva nel precompresso. L'utilizzazione consapevole e ragionata di tali riserve, permette di estendere la vita utile di queste strutture anche quando le stesse sono danneggiate gravemente.
- Il rafforzamento dei ponti in cemento armato mediante precompressione esterna è una tecnica molto efficace. Strutture che risultano in uno stato anche avanzato di deterioramento / danneggiamento possono spesso essere riabilite mediante tale tecnica. L'applicazione della precompressione esterna permette, compatibilmente con le caratteristiche dei calcestruzzi presenti, incrementi di resistenza notevoli. L'intervento inoltre risulta poco impegnativo dal punto di vista applicativo, permettendo tempi di messa in opera molto ridotti. E' opinione di chi scrive che gli stessi rapporti costi / benefici difficilmente possano essere raggiunti utilizzando altre metodologie di intervento che non prevedano l'applicazione di coazione al conglomerato.
- L'utilizzo di carpenteria metallica per l'accoppiamento di precompressione esterna a strutture in cemento armato risulta molto pratico ed al contempo efficace. Il posizionamento delle selle di deviazione viene facilitato dalla relativa leggerezza di tali elementi, la cui duttilità permette inoltre di operare come ammortizzatore rispetto alla struttura più fragile in cemento armato. La solidarizzazione del dispositivo alla struttura non necessita di particolari ed impegnative accortezze, soprattutto quando si può beneficiare delle azioni favorevoli generate dalla deviazione del cavo di precompressione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Decreto Ministeriale 09.01.1996, *Norme tecniche per le costruzioni in c.a. e c.a.p.*
- [2] UNI EN 1992-1-1:2005 - *Progettazione delle strutture di calcestruzzo - Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici.*
- [3] AASHTO, *Bridge Design Specifications*, (2007).
- [4] LEONHARDT, F., (1973) – *C.a.&C.a.p calcolo di progetto & tecniche costruttive*, Edizioni Tecniche
- [5] RANZO, G., PETRANGELI, M. (1998), *A Fibre Finite Beam Element with Section Shear Modelling for Seismic Analysis of RC Structure*, J. Earthquake Engrg, 2(3).
- [6] PETRANGELI, M., PINTO, P.E., CIAMPI, V. (1999), *A Fibre Element for cyclic bending and shear. I: Theory*, J. Engrg. Mech., ASCE, 125(9), 994-1001.
- [7] PETRANGELI, M. (1999), *A Fibre Element for cyclic bending and shear. II: Verification*, J. Engrg. Mech., ASCE, 125(9), 1002-1009.